



Concours national d'informatique  
Épreuve écrite d'algorithmique  
Nantes & Toulouse

Samedi 9 mars 2013



# THE MARCHAND IDENTITY

## 1 Préambule

Bienvenue à **Prologin**. Ce sujet est l'épreuve écrite d'algorithmique et constitue la première des trois parties de votre épreuve régionale. Sa durée est de 3 heures. Par la suite, vous passerez un entretien (20 minutes) et une épreuve de programmation sur machine (3 heures 30).

### Conseils

- Lisez bien tout le sujet avant de commencer.
- **Soignez la présentation** de votre copie.
- N'hésitez pas à poser des questions.
- Si vous avez fini en avance, relisez bien, ou préparez votre présentation pour l'entretien.
- N'oubliez pas de passer une bonne journée.

### Remarques

- Le barème est donné à titre indicatif uniquement.
- Indiquez lisiblement vos nom et prénom, la ville où vous passez l'épreuve et la date en haut de votre copie.
- Tous les langages sont autorisés, veuillez néanmoins préciser celui que vous utilisez.
- Ce sont des humains qui lisent vos copies : laissez une marge, aérez votre code, ajoutez des commentaires (**seulement** lorsqu'ils sont nécessaires) et évitez au maximum les fautes d'orthographe, sinon ça va barder.
- Le barème récompense les algorithmes les plus efficaces : écrivez des fonctions qui trouvent la solution le plus rapidement possible.
- Si vous trouvez le sujet trop simple, relisez-le, réfléchissez bien, puis dites-le-nous, nous pouvons ajouter des questions plus difficiles.

## 2 Sujet

### Introduction

Joseph Marchand, que vous connaissez tous, a accompli nombre d'exploits relatés dans les moindres détails par Prologin. Mais il y a quelque chose que Joseph Marchand aimerait bien connaître : sa véritable identité, son ascendance généalogique. En effet, élevé par une gouvernante dès l'âge de six ans<sup>1</sup>, le mystère reste complet sur ses origines. Heureusement, dans un moment de faiblesse, il peut arriver à la gouvernante de raconter des histoires sur les ancêtres *illustres* de Joseph, c'est-à-dire ceux dont l'ascendance n'est pas connue, et il a remarqué qu'elle parlait plus fréquemment des plus récents d'entre eux. Malheureusement, absolument tous les ancêtres illustres de Joseph ont des noms épïcènes tels que Dominique, Camille ou Claude, donc il est impossible pour lui de savoir s'il s'agit d'hommes ou de femmes<sup>2</sup>. À l'aide des dires de sa gouvernante, Joseph Marchand aimerait reconstruire son arbre généalogique, et vous allez l'aider dans sa tâche.

Un arbre généalogique peut être représenté de différentes manières :

- en considérant tous les membres de la famille, avec des flèches reliant parent à enfant ;
- en ne considérant que les membres de sexe masculin<sup>3</sup>, avec des flèches reliant père à fils ;
- en ne considérant que l'ascendance de Joseph, avec des flèches reliant enfant à parent.

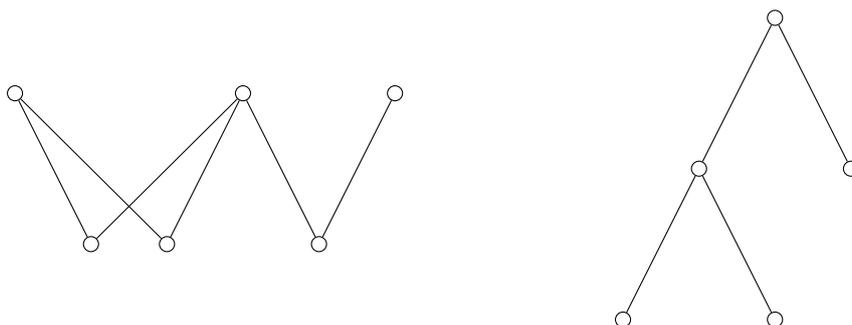


FIGURE 1 – Quelques exemples d'arbres généalogiques. À gauche, un frère, sa sœur et leur demi-frère. À droite, une ascendance possible de Joseph Marchand, avec ses grands-parents maternels illustres et son père illustre. Les arêtes sont orientées vers le bas.

Un arbre est composé de *nœuds* (en l'occurrence, les membres de la famille) liés par des *arêtes*. Lorsque  $a$  est lié à  $b$ , on dit que  $b$  est le *fil*s de  $a$ <sup>4</sup> et que  $a$  est le *parent* de  $b$ . Un arbre est dit *enraciné* lorsqu'il possède une unique racine (un nœud sans parent) et que tout autre nœud a un unique parent. Un *arbre binaire* est un arbre enraciné où chaque nœud a au plus deux fils.

Pour le bien du sujet (et sans doute de notre santé mentale), on supposera qu'il n'existe ni relations consanguines, ni incestueuses<sup>5</sup>, ni homosexuelles, ni extraconjugales, ni adoption, ni fécondation *in vitro*, ni androïdes, ni poneys roses dans la famille de Joseph Marchand.

---

1. C'est-à-dire, juste après sa troisième participation au concours.

2. FACILITÉ DE SCÉNARIO.

3. Si une fille se sent lésée dans la salle, qu'elle lève la main.

4. Même si  $b$  est une fille<sup>3</sup>.

5. Un conseil : ne réfléchissez pas trop aux différentes configurations possibles, ça risquerait de vous faire *perdre* l'appétit pour le repas de midi.

## Question 1

(2 points)

Parmi les trois types d'arbres généalogiques considérés, lesquels sont des arbres enracinés ? Lesquels sont des arbres binaires ?

Vous disposez du nombre d'occurrences de chacun des ancêtres illustres dans les histoires de la gouvernante. Pour plus de commodité, on considérera que chaque membre est identifié de manière unique par une lettre minuscule de l'alphabet.

## Question 2

(3 points)

Écrire un algorithme qui détermine l'ancêtre illustre dont a le plus parlé la gouvernante.

On considère une file à priorité, c'est-à-dire une structure de données permettant les opérations suivantes :

- insérer un élément dans la file ;
- extraire l'élément de poids minimal de la file.

À partir d'une file initialisée aux arbres à un nœud représentant chaque ancêtre illustre pondéré par son nombre d'occurrences, l'algorithme de construction de l'arbre généalogique consiste à extraire à chaque tour les deux arbres  $a_1$  et  $a_2$  de poids respectifs minimaux  $p_1$  et  $p_2$  de la file, puis y insérer l'arbre de sous-arbre gauche  $a_1$  et de sous-arbre droit  $a_2$  de poids  $p_1 + p_2$  ; et ce, jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'un seul arbre dans la file : l'arbre généalogique de Joseph Marchand (dont les ancêtres non illustres sont inconnus).

## Question 3

(4 points)

Implémenter cet algorithme dans votre langage favori.

À présent que vous avez construit l'arbre, une convention consiste à dire que chaque fils gauche sera une mère et chaque fils droit un père.

## Question 4

(4 points)

Écrire une fonction qui à partir de l'arbre généalogique retourne un tableau qui pour chaque ancêtre illustre associe son lien par rapport à Joseph Marchand sous la forme d'une chaîne de caractères composée de P et de M. Par exemple, la mère de la mère du père de Joseph aura pour lien « PMM ».

Dans le grenier, il y a un ~~joueur~~ coffre-fort dont seule la gouvernante a la combinaison (sous la forme « MPPMMM » pour « un tour à gauche, deux tours à droite, trois tours à gauche »). Seulement, Joseph connaît la liste de ses ancêtres préférés et a fini par comprendre que la combinaison était simplement la concaténation des liens des différents ancêtres par rapport à Joseph, par ordre de préférence. Par exemple, si Dominique a pour lien « PMP », Claude « MMP », Camille « PP » et que la gouvernante a pour ordre de préférence Dominique, Claude, Camille, la combinaison sera « PMPMMPPP ».

### Question 5

(3 points)

Écrire une fonction qui prend en argument une combinaison donnée (sous la forme d'une chaîne de caractères composée de P et de M) et retourne le nombre d'ordres d'ancêtres illustres possibles pouvant aboutir à cette combinaison.

À l'intérieur du coffre se trouve une feuille où sont listés les différents membres de la famille d'une manière particulière : lister une personne, c'est mentionner cette personne, lister sa mère, puis lister son père. Et Joseph est le premier à être listé.

### Question 6

(3 points)

À partir de la feuille du coffre-fort et de la liste des ancêtres illustres, tous deux représentés par des chaînes de caractères, écrire une fonction qui détermine l'arbre généalogique complet de Joseph Marchand.

Dans la salle d'armes se trouvent les portraits des différents membres de la famille, placés d'une manière particulière : tous les membres de l'ascendance maternelle (resp. paternelle) d'un membre se trouvent à sa gauche (resp. droite).

### Question 7

(3 points)

À partir de la liste du coffre-fort et de l'ordre dans lequel les membres de la famille sont représentés dans la salle d'armes, tous deux représentés par des chaînes de caractères, écrire une fonction qui détermine l'arbre généalogique complet de Joseph Marchand.

Vous pouvez répondre aux questions suivantes si et seulement si Joseph Marchand a recouvert<sup>6</sup> son identité.

### Question bonus 8

(3 points)

Comment implémenteriez-vous une file à priorité ?

### Question bonus 9

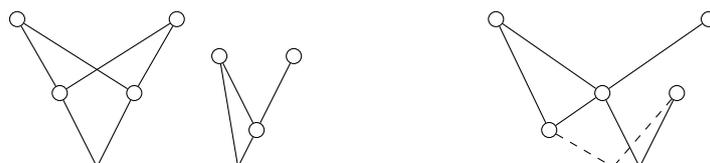
(3 points)

À partir d'une liste triée, comment construire l'arbre de la question 3 en temps linéaire ?

### Question bonus 10

(2 points)

De quels films sont tirés ces arbres généalogiques<sup>7</sup> ?



Le sujet est sur 22 points, et les questions bonus rapportent au total 8 points, plus 1 point de présentation.

6. Question footnote bonus : que signifie le verbe *recouvrir* ?

7. Allez, si vous trouvez la nationalité des scénaristes, vous gagnez déjà la moitié des points.