



Concours national d'informatique  
Épreuve écrite d'algorithmique  
Paris II

Samedi 10 mars 2012

# COMIC CON



## 1 Préambule

Bienvenue à **Prologin**. Ce sujet est l'épreuve écrite d'algorithmique et constitue la première des trois parties de votre épreuve régionale. Sa durée est de 3 heures. Par la suite, vous passerez un entretien (20 minutes) et une épreuve de programmation sur machine (4 heures).

### Conseils

- Lisez bien tout le sujet avant de commencer.
- **Soignez la présentation** de votre copie.
- N'hésitez pas à poser des questions.
- Si vous avez fini en avance, relisez bien, ou préparez votre présentation pour l'entretien.
- N'oubliez pas de passer une bonne journée.

### Remarques

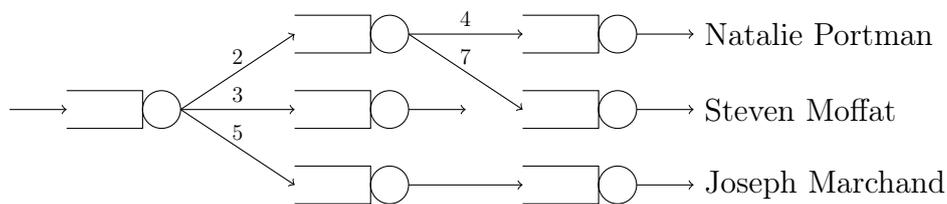
- Le barème est donné à titre indicatif uniquement.
- Indiquez lisiblement vos nom et prénom, la ville où vous passez l'épreuve et la date en haut de votre copie.
- Tous les langages sont autorisés, veuillez néanmoins préciser celui que vous utilisez.
- Ce sont des humains qui lisent vos copies : laissez une marge, aérez votre code, ajoutez des commentaires (**seulement** lorsqu'ils sont nécessaires) et évitez au maximum les fautes d'orthographe, sinon ça va barder.
- Le barème récompense les algorithmes les plus efficaces : écrivez des fonctions qui trouvent la solution le plus rapidement possible.
- Si vous trouvez le sujet trop simple, relisez-le, réfléchissez bien, puis dites-le-nous, nous pouvons ajouter des questions plus difficiles.

## 2 Sujet

### Introduction

Vous êtes au Comic Con, brûlant d'impatience de décrocher la signature de votre star favorite, <insérer un nom accrocheur ici<sup>1</sup>>. Hélas, pour obtenir une dédicace, il faut faire la queue pour accéder à un tirage au sort qui vous permettra, si vous tirez le ticket gagnant ET que vous achetez un coffret à 42 euros, d'accéder à une file pour piocher dans une ultime urne où vous dégouterez peut-être votre bon dédicace (qui vous donnera le droit de faire la queue)<sup>2</sup>. En bref, la route sera longue.

Chaque file renvoie avec vers d'autres files, avec différentes probabilités. Pour plus de simplicité, on donnera pour chaque transition d'une file à une autre sa fréquence sous la forme d'un entier (lorsqu'il n'y a pas de bifurcation, on considérera que la fréquence est de 1).



Dans l'exemple ci-dessus, partant de la première file, il y a :

- 2 chances sur 10 de rejoindre celle du haut ;
- 3 chances sur 10 de rejoindre celle du milieu, qui ne mène à rien<sup>3</sup> ;
- 5 chances sur 10 de rejoindre celle du bas.

Partant de la file du haut, il y a 4 chances sur 11 d'accéder à la file menant à Natalie Portman et 7 chances sur 11 de passer à la file des dédicaces de Steven Moffat.

Dans tout le problème, on considérera que les files ont des capacités infinies, et qu'il n'y a pas de boucle<sup>4</sup> dans le réseau de files d'attente.

### Question 1

(2 points)

Indiquez les structures de données que vous allez utiliser pour représenter les files.

Cette question est importante car vous utiliserez vos structures pour écrire les fonctions des questions suivantes. Relisez donc entièrement le sujet ainsi que les questions qui suivent avant de répondre.

### Question 2

(2 points)

Il est possible de calculer pour chaque star la probabilité d'en obtenir une dédicace. Par exemple, la probabilité d'obtenir une dédicace de Natalie Portman selon l'exemple ci-dessus est de  $2/10 \times 4/11 \simeq 7\%$ .

Dans le cas général, quelle est la star<sup>5</sup> dont il est le plus difficile<sup>6</sup> d'obtenir une dédicace ? Écrivez une fonction qui répond à cette question.

- 
1. Oui.
  2. Propos authentiques.
  3. « Excusez-moi, c'est la queue pour qui, ici ? — Euh ben j'sais pas. »
  4. « C'est bizarre, j'ai comme l'impression d'avoir déjà fait cette queue... »
  5. Toute ressemblance avec un nom d'algorithme de recherche de chemin est purement fortuite.
  6. Le moins probable.

**Question 3** (3 points)

Écrivez une fonction qui prend en argument un entier représentant l'identifiant d'une file et retourne aléatoirement un identifiant de file à laquelle il peut directement accéder, en respectant les fréquences des transitions.

**Question 4** (4 points)

On vous donne deux identifiants de file, écrivez une fonction qui détermine s'il est possible d'aller de la première file à la deuxième.

**Question 5** (5 points)

Dans les deux questions suivantes, on considère qu'aucune personne ne rentre dans le réseau et qu'aucune personne n'en sort.

Écrivez une fonction qui prend en argument deux configurations du réseau (c'est-à-dire le nombre de personnes présentes dans chaque file) et détermine un ensemble de transitions pour passer de la première à la deuxième.

**Question 6** (4 points)

Quelles améliorations apporter à votre algorithme à la question précédente pour qu'il retourne une solution comportant un nombre minimal de transitions ?

Vous ne pouvez attaquer les questions suivantes que si vous vous défilez.

**Question bonus 7** (1 point)

Vous hésitez entre quatre artistes pour les dédicaces, mais n'avez à votre disposition qu'un dé banal à six faces pour décider, alors que vous souhaitez que les résultats soient équiprobables<sup>7</sup>. Comment simuler un tétraèdre équilibré avec un dé ?

**Question bonus 8** (1 point)

Les organisateurs du Comic Con se livrent à un petit jeu : ils cachent les identités des invités à la sortie des files. Vous savez seulement qu'une des trois files mène à Chuck Norris tandis que les deux autres mènent à Justin Bieber<sup>8</sup>. Une fois votre choix fait, ils dévoilent une autre file, menant à Justin, et vous proposent de changer de file si vous le souhaitez. Que choisirez-vous ?

**Question bonus 9** (1 point)

Une file mène vers 2 artistes. Vous apprenez que l'un d'eux est une fille. Quelle est la probabilité que l'autre en soit une aussi ?

**Question bonus 10** (1 point)

Quelle est la probabilité que deux d'entre vous (41) fêtent leur anniversaire le même jour ?

Le sujet est sur 20 points, et les questions bonus rapportent au total 4 points, plus 1 point de présentation.

---

7. Sinon, ce n'est pas drôle.

8. On considère que vous préférez obtenir un autographe de Chuck Norris.