



# Concours National d'Informatique

Sujet de demi-finale Nantes / Lyon

7 février 2009

# Les problèmes nutritifs de Gégé la grenouille

## 1 Préambule

Bienvenue à **Prologin**. Ce sujet est l'épreuve écrite d'algorithmique et constitue la première des trois parties de votre demi-finale. Sa durée est de 3 heures. Par la suite, vous passerez un entretien (20 minutes) et une épreuve de programmation sur machine (4 heures).

Ceci est une épreuve d'algorithmique. Cela signifie que ce qui intéresse les correcteurs n'est pas la manière dont vous écrivez votre code, qui sera testée cet après-midi, mais votre manière de réfléchir et de résoudre des problèmes.

À ce titre, tous les langages sont autorisés, y compris le pseudo-code, pourvu que vous indiquiez lequel vous utilisez. Si vous éprouvez une quelconque difficulté avec votre langage, vous pouvez ainsi expliquer « en français » votre manière de résoudre la question, à condition que vous indiquiez un processus détaillé facilement transposable en un programme.

## Conseils

- Lisez bien tout le sujet avant de commencer.
- **Soignez la présentation** de votre copie.
- N'hésitez pas à poser des questions.
- Si vous avez fini en avance, relisez bien.
- N'oubliez pas de passer une bonne journée.

## Remarques

- Le barème est donné à titre indicatif uniquement.
- Indiquez lisiblement vos nom et prénom, la ville où vous passez la demi-finale et la date, en haut de votre copie.
- Si vous trouvez le sujet trop simple, relisez-le, réfléchissez bien, puis dites-le nous, nous pouvons ajouter des questions plus difficiles.
- Le barème récompense les algorithmes les plus efficaces : écrivez des fonctions qui trouvent la solution le plus rapidement possible.
- Ce sont des humains qui lisent vos copies : laissez une marge, aérez votre code, ajoutez des commentaires (**seulement** lorsqu'ils sont nécessaires) et évitez au maximum les fautes d'orthographe.

## 2 Sujet



### Introduction

Gégé la grenouille est très très grosse. Chaque jour, elle fait le tour de son marais pour manger toute la nourriture disponible. Et comme elle est très grosse, elle est très lourde et se déplace très lentement. Elle veut donc trouver le chemin le plus court lui permettant de passer par tous les endroits où se trouve de la nourriture, pour ne pas se fouler.

Le marais est un rectangle. L'on vous donne les coordonnées (nombres réels) des  $N$  ( $N < 32$ ) points (indexés par les entiers de 1 à  $N$ ) du marais contenant de la nourriture. Le but du problème est de déterminer le chemin le plus court partant de la position de Gégé et y revenant en passant par tous les points contenant de la nourriture.

Comme Prologin vise à former et sélectionner non seulement de bons informaticiens, mais aussi des personnes respectables, il vous sera demandé pendant votre entretien de réciter la fable que vous trouverez en annexe A. Si vous séchez sur un algorithme, changez-vous les idées en l'apprenant !

### Question 1 (2 points)

Quelles sont selon vous les données pertinentes pour la résolution du problème ? Proposez une ou des structures de données permettant de les stocker.

Attention, cette question est importante car vous utiliserez votre solution pour écrire les fonctions des questions suivantes. Relisez donc entièrement le sujet (et les questions qui suivent) avant de répondre.

### Question 2 (1 point)

Écrivez une fonction qui renvoie la distance entre les points d'indice  $i$  et  $j$ .

### Question 3 (1 point)

L'on vous donne un chemin joignant successivement plusieurs points du marais (un chemin sera représenté par la liste ordonnée des indices des points le composant). Écrivez une fonction qui calcule sa longueur.

#### Question 4 (2 points)

Proposez une ou des méthodes efficaces pour stocker un ensemble de points parmi les  $N$  définis au départ. Comme pour la question 1, lisez la suite du sujet avant de répondre.

Dans la suite du sujet, vous pourrez supposer les fonctions de manipulation de cette structure (ajout et retrait de points par exemple) déjà écrites.

#### Question 5

##### Question 5a (3 points)

Écrivez une fonction qui renvoie tous les chemins (un chemin sera représenté par la liste ordonnée des indices des points le composant) que Gégé peut emprunter pour absorber toute la nourriture disponible dans le marais.

##### Question 5b (1 point)

En vous inspirant de la question 5a, écrivez un algorithme qui résolve le problème de Gégé.

#### Question 6

##### Question 6a (2 points)

Supposez que vous disposiez d'une fonction capable de calculer le plus court chemin partant de et revenant à la position initiale de Gégé et passant par un certain nombre de points. Proposez une manière de stocker les résultats calculés par cette fonction afin de ne pas refaire de calculs inutiles si l'on exécute plusieurs fois de suite la fonction avec les mêmes arguments.

##### Question 6b (2 points)

Comment modifier (légèrement) la définition de la fonction évoquée ci-dessus pour que son résultat puisse être calculé récursivement ?

##### Question 6c (2 points)

Écrivez un algorithme s'inspirant des question 6a et 6b qui résolve le problème de Gégé.

#### Question 7 (2 points)

Quelles sont les temps d'exécution de vos algorithmes dans les cas  $N = 10$  et  $N = 30$  sur votre iPhone, équipé d'un processeur ARM à 620 MHz ?

## Questions bonus

### Question 7++

Ces questions peuvent vous rapporter des points seulement si vous avez répondu juste à toutes les questions précédentes.

Gégé trouve votre programme trop lent. Elle est gentille avec vous, veut bien sauter un peu plus longtemps, et vous autorise à renvoyer tout chemin dont la longueur n'excède pas deux fois la longueur optimale (elle ne veut pas trop faire de sport quand même, ça la ferait maigrir...).

Comment pouvez vous résoudre ce problème rapidement ? Si vous êtes bloqué, vous pouvez demander des questions intermédiaires aux examinateurs.

(+2 points présentation)

## A La Grenouille qui veut se faire aussi grosse que le Bœuf

Une Grenouille vit un Bœuf  
Qui lui sembla de belle taille.  
Elle qui n'était pas grosse en tout comme un œuf,  
Envieuse s'étend, et s'enfle, et se travaille  
Pour égaler l'animal en grosseur,  
Disant : « Regardez bien, ma sœur,  
Est-ce assez ? dites-moi : N'y suis-je point encore ?  
— Nenni. — M'y voici donc ? — Point du tout. — M'y voilà ?  
— Vous n'en approchez point. » La chétive pécore  
S'enfla si bien qu'elle creva.  
Le monde est plein de gens qui ne sont pas plus sages :  
Tout Bourgeois veut bâtir comme les grands Seigneurs,  
Tout petit Prince a des Ambassadeurs,  
Tout Marquis veut avoir des Pages.

(Jean de La Fontaine — *Fables*. Livre I, fable 3.)