



Concours National d'Informatique  
Sujet de demi-finale PARIS I

date : 26/01/08

# LES VACANCES DE JOSEPH MARCHAND



## 1 Préambule

Bienvenue à **Prologin**. Ce sujet est l'épreuve écrite d'algorithmique et constitue la première des trois parties de votre demi-finale. Sa durée est de 3 heures. Par la suite, vous passerez un entretien (20 minutes) et une épreuve de programmation sur machine (4 heures).

### Conseils

- Lisez bien tout le sujet avant de commencer.
- **Soignez la présentation** de votre copie.
- N'hésitez pas à poser des questions.
- Si vous avez fini en avance, relisez bien.
- N'oubliez pas de passer une bonne journée.

### Remarques

- Le barème est donné à titre indicatif uniquement.
- Indiquez lisiblement vos nom et prénom, la ville où vous passez la demi-finale et la date, en haut de votre copie.
- Si vous trouvez le sujet trop simple, relisez-le, réfléchissez bien, puis dites-le nous, nous pouvons ajouter des questions plus difficiles.
- Tous les langages sont autorisés. Néanmoins, veuillez préciser celui que vous utilisez.
- Le barème récompense les algorithmes les plus efficaces : écrivez des fonctions qui trouvent la solution le plus rapidement possible.
- Ce sont des humains qui lisent vos copies : laissez une marge, aérez votre code, ajoutez des commentaires (**seulement** lorsqu'ils sont nécessaires) et évitez au maximum les fautes d'orthographe.

## 2 Sujet

### Introduction

Cette année, Joseph Marchand passe ses vacances à Barcelone. Tout se passe très bien, Joseph profite de toutes les activités de la ville : multiples musées, plage, bars, restaurants, boîtes de nuit, balades... Mais tout cela a un coût ! Le pauvre dos de Joseph Marchand souffre car son sac à dos est lourd. Il doit en effet se munir de tous les objets nécessaires pour profiter pleinement de chaque activité : serviette pour aller à la plage, appareil photo pour le musée, “guide du routard” pour les restaurants, grosses chaussures pour les balades...

Porter tous ces objets toute la journée est bien sûr inutile. Pour ne pas s’encombrer, Joseph revient de temps en temps à l’hôtel pour déposer les objets devenus inutiles, et prendre ceux dont il aura besoin pour ses prochaines activités. Joseph est très organisé, et définit chaque matin la liste ordonnée des activités qu’il fera la journée. Par ailleurs, il s’aperçoit vite qu’il est intéressant pour lui de déposer à l’hôtel les objets lourds lorsqu’il fait une activité proche de celui-ci, alors qu’il peut être intéressant de prendre à l’hôtel plusieurs objets légers en même temps en vu de ses activités futures. Joseph fait donc appel à vous pour l’aider à limiter le plus possible son encombrement tout au long de la journée.

L’*encombrement* lors d’un trajet de Joseph Marchand est défini comme le produit de la *longueur* de ce trajet par le *poids* de son sac à dos. L’*encombrement* total lors de la journée complète de Joseph est la somme des encombrements de chacun des trajets qui la composent. Les activités de Joseph seront numérotées dans l’ordre avec lequel Joseph souhaite les réaliser. Pour chaque activité  $i$ , on vous donne le numéro de l’objet  $obj_i$  nécessaire à sa réalisation, et pour chaque objet  $j$ , on vous donne son poids  $p_j$ . Notez que deux activités différentes peuvent nécessiter le même objet. Le poids du sac à dos vide est représenté par la constante `POIDS_SAC`. Enfin, on vous donne les distances entre tous les lieux où Joseph fait ses activités, ainsi que les distances entre ces lieux et son hôtel.

### Question 1 (2 points)

Proposer une ou des structures de données pour stocker les données du problème :

- L’objet nécessaire à la réalisation de chaque activité.
- Le poids de chaque objet
- Les distances entre tous les lieux du problème.

Vous pourrez utiliser les constantes `NB_ACTIVITES`, `NB_OBJETS` représentant respectivement le nombre d’activités et d’objets différents. Ces deux paramètres seront inférieurs à 100.

Attention, cette question est importante car vous utiliserez votre solution pour écrire les fonctions des questions suivantes. Relisez donc entièrement le sujet (et les questions qui suivent) avant de répondre.

### Question 2 (1.5 points)

Écrivez une fonction qui renvoie le ou les objets les plus légers, parmi tous les objets.

### Question 3 (1.5 points)

Écrivez une fonction qui renvoie le ou les objets les plus utiles (c’est-à-dire ceux nécessaire au plus grand nombre d’activités), parmi tous les objets.

### Question 4 (2 points)

Aujourd’hui, Joseph est très fatigué et ne désire faire qu’une seule activité de la journée. Il devra donc emporter un seul objet dans son sac à dos. Il veut de plus choisir la ou les activités qui lui feront subir un encombrement minimal lors du trajet aller et retour entre l’hôtel et le lieu de l’activité. Écrivez une fonction renvoyant la liste des activités que peut choisir Joseph Marchand.

### Question 5 (3 points)

Cette fois-ci, Joseph désire effectuer toutes les activités prévues dans la journée et étudie la possibilité de ne prendre à chaque fois dans son sac à dos que l'objet qui lui servira pour la prochaine activité. Ainsi, Joseph rentrera à l'hôtel entre chaque activité pour décharger/recharger son sac à dos, sauf si plusieurs activités consécutives nécessitent le même objet (dans ce cas, Joseph ne passe pas par son hôtel car cela n'est pas nécessaire). Écrivez une fonction qui calcule l'encombrement total au cours de la journée de Joseph dans ce cas.

### Question 6 (3 points)

Nous allons maintenant commencer à résoudre le problème qui intéresse vraiment Joseph, c'est-à-dire de minimiser son encombrement total de la journée, en rentrant à l'hôtel à des moments opportuns pour vider son sac à dos et le re-remplir avec les objets nécessaires aux activités suivantes. Pour cela, il est intéressant de connaître le poids du sac à dos s'il est rempli avec tous les objets qui sont nécessaires à la réalisation de toutes les activités dont le numéro est situé entre les activités numéro  $i$  et  $j$  (inclus).

Écrivez une fonction permettant de calculer ces quantités et proposez une structure de donnée permettant de sauvegarder ces résultats pour tout  $i$  et  $j$  (avec  $i \leq j$ ).

### Question 7

#### Partie 1 (5.5 points)

Cette fois, il vous faut résoudre le problème de départ de Joseph, qui est de minimiser l'encombrement total de sa journée. Écrivez une fonction qui résout ce problème, en utilisant éventuellement les fonctions écrites aux questions précédentes.

#### Partie 2 (1.5 points)

Estimez grossièrement le nombre d'opérations effectuées par votre algorithme, dans le cas où `NB_ACTIVITES` vaut 100 et où `NB_OBJETS` vaut 50, ainsi que le temps d'exécution sur un ordinateur cadencé à 2GHz.

### Questions bonus

Ces questions peuvent vous rapporter des points seulement si vous avez répondu juste à toutes les questions précédentes.

### Question 8

Quelle serait l'activité à abandonner pour réduire le plus l'encombrement total de la journée ?

### Question 9

Que se passe-t-il si Joseph est d'accord pour réaliser les activités de sa journée à Barcelone dans n'importe quel ordre, pourvu que cela lui permette de réduire encore son encombrement ?

Si vous avez fini, vérifiez qu'il n'y a pas d'erreur dans ce que vous avez fait, et demandez une nouvelle question !