



Concours national d'informatique

Algorithmique
Demi-finale Lille & Paris II

Samedi 26 février 2011

MEMENTO SOMNIARE



1 Préambule

Bienvenue à **Prologin**. Ce sujet est l'épreuve écrite d'algorithmique et constitue la première des trois parties de votre demi-finale. Sa durée est de 3 heures. Par la suite, vous passerez un entretien (20 minutes) et une épreuve de programmation sur machine (4 heures).

Conseils

- Lisez bien tout le sujet avant de commencer.
- **Soignez la présentation** de votre copie.
- N'hésitez pas à poser des questions.
- Si vous avez fini en avance, relisez bien, ou préparez votre présentation pour l'entretien.
- N'oubliez pas de passer une bonne journée.

Remarques

- Le barème est donné à titre indicatif uniquement.
- Indiquez lisiblement vos nom et prénom, la ville où vous passez la demi-finale et la date en haut de votre copie.
- Tous les langages sont autorisés, veuillez néanmoins préciser celui que vous utilisez.
- Ce sont des humains qui lisent vos copies : laissez une marge, aérez votre code, ajoutez des commentaires (**seulement** lorsqu'ils sont nécessaires) et évitez au maximum les fautes d'orthographe, **sinon ça va barder**.
- Le barème récompense les algorithmes les plus efficaces : écrivez des fonctions qui trouvent la solution le plus rapidement possible.
- Si vous trouvez le sujet trop simple, relisez-le, réfléchissez bien, puis dites-le-nous, nous pouvons ajouter des questions plus difficiles.
- Écoutez bien ce que disent les organisateurs, mais ne les croyez pas ! Faites comme nous, ne suivez personne !
- *Never recreate from your memory. Always imagine new places !*

2 Sujet

Introduction

Haruhi vient juste de voir *Inception* au cinéma, en compagnie de ses amis Kyon, Koizumi, Mikuru et Yuki. À présent, ils sont tous au festival félin de Nishinomiya¹, c'est alors qu'une terrible idée traverse l'esprit de notre héroïne² : et si elle³ était en train de rêver ? Et si des extraterrestres, des voyageurs temporels ou des espers cherchaient à obtenir des informations d'elle pendant son sommeil ? Ce serait **la fin du monde**. Il ne lui reste plus qu'à se méfier.

Les chats du festival ont 4 attributs principaux, pouvant prendre 4 valeurs chacun :

- la couleur du pelage, parmi Calico⁴, Gris, Noir et Roux ;
- la couleur des yeux, parmi Bleu, Noir, Rouge et Vert ;
- le nombre de moustaches, parmi 2, 4, 6 et 8 ;
- le nombre de clochettes au collier, parmi 1, 2, 3 et 4.

Les 4 chats qui iront en finale⁵ ont une particularité : ils n'ont pas une seule valeur en commun deux à deux. Par exemple, il n'y en a pas deux qui sont calico.

Haruhi a une idée géniale : elle décide de ne pas assister à la sélection des 4 chats pour la finale et demande à chacun de ses amis de former plusieurs phrases lui apportant des informations sur ces chats. Un exemple de résultat est le suivant.

KYON. – Le chat aux yeux bleus n'est pas gris.

KOIZUMI. – Le chat à 8 moustaches est noir.

MIKURU. – Euh... Le chat calico est calico.

YUKI. – Si le chat gris a 4 moustaches ou si le chat roux en a 2, alors le chat ayant 3 clochettes a des yeux verts ou le chat ayant des yeux rouges est noir.

KOIZUMI. – Le chat aux yeux verts a 2 clochettes.

Pour déterminer les valeurs des attributs des finalistes, Haruhi répertorie toutes ces informations dans une grille qu'elle a dessinée (cf. un extrait de la grille, figure 1). Dans chaque case, elle met un V si d'après ses amis la correspondance est bonne, un F si elle ne l'est pas. Dans la mesure où les finalistes ont pour chaque attribut des valeurs différentes, au sein d'un tableau 4×4 , il y a exactement un V par ligne et par colonne.

Il suffit qu'une phrase d'un ami soit fautive pour qu'on puisse le qualifier de menteur. Si Haruhi détecte une incohérence en remplissant sa grille, elle comprendra tout de suite que l'un de ses amis lui a menti, donc qu'elle rêve : les amis de Haruhi ne lui mentent pas dans la réalité, ce serait bien trop dangereux.

1. D'ailleurs, Haruhi ne sait pas trop comment ils sont arrivés là (l'instant d'avant, ils étaient au cinéma), mais passons.

2. Je parle toujours de Haruhi, hein, ne commencez pas à jouer sur les mots, vous.

3. J'aurais bien écrit « elle aussi », mais ça va faire polémique.

4. Shami, Shami... ♪

5. Non, ça ne sert à rien de vous déguiser en chat pour aller en finale. Mais bien tenté.

		Moustaches				Yeux			
		2	4	6	8	Bleu	Noir	Rouge	Vert
Pelage	Calico								
	Gris								
	Noir								
	Roux								
Yeux	Bleu								
	Noir								
	Rouge								
	Vert								

FIGURE 1 – Un exemple de grille avec 3 tableaux 4×4 , sans le nombre de clochettes

Question 1 (1 point)

S'il y a n chats ayant m attributs pouvant prendre n valeurs chacun, combien de tableaux de $n \times n$ cases votre grille devra-t-elle comporter ? Et comment placerez-vous les m attributs ?

Question 2 (2 points)

Proposez une ou des structures de données pour représenter votre grille ainsi que les phrases des amis de Haruhi en mémoire, et la France à l'Eurovision.

Cette question est importante car vous utiliserez votre structure pour écrire les fonctions des questions suivantes. Relisez donc entièrement le sujet ainsi que les questions qui suivent avant de répondre.

Dans un premier temps, on suppose que les amis de Haruhi ne mentent pas⁶, et qu'ils ne fournissent que des informations simples⁷, sous la forme : « Le chat [attribut1] [valeur1] est [attribut2] [valeur2] » ou « Le chat [attribut1] [valeur1] n'est pas [attribut2] [valeur2] ».

Question 3 (2 points)

Écrivez une fonction qui, à partir d'un tableau $n \times n$ partiellement rempli avec des V et des F, déduit le remplissage d'autant de cases vides que possible.

Question 4 (2 points)

Écrivez une fonction qui, à partir d'une grille partiellement remplie avec des V et des F, déduit le remplissage d'autant de cases vides que possible.

6. Attention, cela ne veut pas dire que Haruhi ne rêve pas ; vérifiez vos implications.

7. Oui oui, même Yuki.

À présent, les amis de Haruhi peuvent mentir, et leurs phrases sont plus complexes ; elles peuvent atteindre le niveau de la phrase de Yuki donnée en exemple dans l'introduction.

Question 5 (3 points)

Écrivez une fonction qui détermine la liste des chats correspondant au signalement de toutes les phrases d'un ami de Haruhi dont on vous donne le nom en entrée. On vous demande pour chacun de ces chats d'afficher les valeurs de ses attributs sur une ligne.

Question 6 (3 points)

Haruhi décide à présent d'aller dans les coulisses pour retrouver les finalistes. À partir des valeurs des attributs de ces derniers, quels amis de Haruhi ont forcément menti ? Écrivez une fonction qui répond à cette question.

Question 7 (3 points)

Haruhi se rend compte tout à coup que, s'il y a des menteurs, alors ils sont à l'origine du rêve et ont pu modifier l'apparence des finalistes à leur guise⁸. Elle ne peut donc pas s'y fier non plus. Tout ce qu'elle peut faire, c'est remarquer les paires d'amis incohérentes.

Écrivez une fonction qui retourne toutes les paires d'amis telles que si l'un a dit la vérité, alors l'autre a forcément menti.

Combien de temps mettrait l'exécution de votre algorithme avec 30 millions d'amis⁹ par Yuki (1 THz) ?

Question spéciale 8 (3 points)

Après le festival, tous les participants se retrouvent autour d'un buffet. Les chats ont droit au leur, mais il faut faire attention : si deux chats ont deux valeurs en commun ou plus, ils s'attaquent. Haruhi se demande alors combien de chats elle peut regrouper au maximum sans qu'il y ait de bagarre. Pouvez-vous lui répondre, en listant les valeurs des attributs de ces chats ?

Vous ne pouvez attaquer les questions suivantes que si vous vous êtes super bien relu.

Question bonus 9

Si deux chats ont exactement une valeur en commun, ils se mettent à... hem, comment dire... faire des bébés, voilà. Haruhi se demande à présent s'il est possible de diviser votre ensemble de chats de la question précédente en 4 sous-ensembles de sorte à ce que, dans chacun de ceux-ci, il n'existe pas deux chats pouvant... euh ben voir plus haut, quoi¹⁰.

Question bonus 10

Donnez un algorithme polynomial résolvant un problème \mathcal{NP} -complet de votre choix¹¹.

(présentation soignée : 1 point)

8. Le cas échéant, ce sujet lui-même n'a plus vraiment de sens. Snif.

9. Comprendre : de chats.

10. Vous, pas le chat !

11. Allez, si vous y parvenez, on vous offre le repas.